შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

17.04.2011/ მათ/ II/ 135

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$f(x)+f(y) \geq 2f(x+y)$

$f(x)+f(y+z) \geq 2f(x+y+z)$ $\qquad \frac{f(y)+f(z)}{2} \geq f(y+z)$ $\Rightarrow$

$$\boxed{f(x)+\frac{f(y)+f(z)}{2} \geq 2f(x+y+z)} \quad (1)$$

ზუსტად ანალოგიურად მივიღებთ რომ

$$f(y)+\frac{f(x)+f(z)}{2} \geq 2f(x+y+z) \quad (2)$$

$$f(z)+\frac{f(x)+f(y)}{2} \geq 2f(x+y+z) \quad (3)$$

შევკრიბოთ წევრობრივ მივიღებთ რომ

$2\cdot(f(x)+f(y)+f(z)) \geq 6\cdot f(x+y+z)$ $\Rightarrow$

$f(x)+f(y)+f(z) \geq 3\cdot f(x+y+z)$

ჩვ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

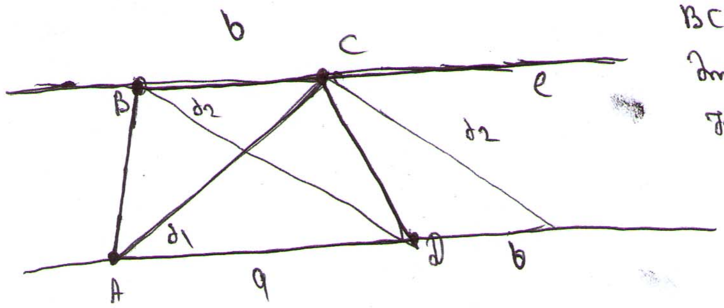
მაგიდა №

17.04.2011/ მათ/ II/ 135

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

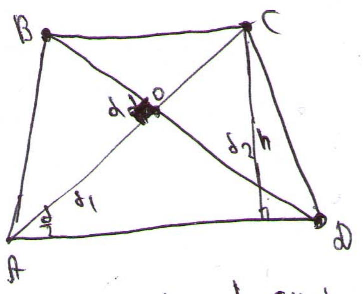
[illegible]



BC [illegible] e [illegible]

[illegible] d_1+d_2 [illegible] $d_1+d_2 \geq a+b$ [illegible]

$d_1+d_2=20 \Rightarrow d_1=d_2=10$



$S_{ABCD} = 50$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \sin\alpha \Rightarrow 50\sin\alpha = 50 \Rightarrow$

$\sin\alpha = 90^\circ$

ე.ი. [illegible]

$\angle AOB = 2 \cdot \angle CAD$ [illegible]

$h = d_1 \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = d_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

ე.ი. $\angle CAD = 45^\circ$

ე.ი. $h = 5\sqrt{2}$

პასუხი: $h = 5\sqrt{2}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

17.04.2011/ მათ/ II/ 135

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

[illegible] (a,b,c) [illegible] (ka,kb,kc)

[illegible]

[illegible] (a,a,b) $\Rightarrow$ $2a \vdots b$ [illegible]

$a+b+c \vdots a,b,c$ [illegible]

$a+b+c \vdots a \Rightarrow a+b \vdots a$ [illegible]

$a+b \vdots a$ [illegible] $\Rightarrow b \vdots a$ $\Rightarrow$ $b=2a$ ან $b=a$

[illegible] $\Rightarrow$

1) (a,a,a) 2) $(a,a,2a)$

$2a \vdots a$ $3a \vdots a$

$4a \vdots 2a$

[illegible] 1) a [illegible] 1-ან 2010 [illegible] 2010 [illegible]

2) [illegible] $a,a,2a$ a [illegible] 1-ან 1005-[illegible] $(a,a,2a)$ [illegible] $(a,2a,a)$ [illegible] $(2a,a,a)$ [illegible] 2 [illegible] 1005·3 [illegible]

3) [illegible] (a,b,c) [illegible] $\text{უსგ}(a,b,c)=k$ [illegible] $\left(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}\right)$ [illegible]

[illegible] $(a,b,c)=1$ [illegible] $2b$ [illegible]

[illegible] a [illegible] $(ta, k\cdot a, b)$ [illegible]

$k\cdot a+b \vdots t\cdot a$ $\Rightarrow$ $b \vdots a$ [illegible] $\text{უსგ}(ta, ka, b)=a$ [illegible]

[illegible] $(a,b)=1$

[illegible] $a+b+c \vdots a$ [illegible] $(a,b)=1$ $(b,c)=1$ $(a,c)=1$ [illegible] $\Rightarrow$

$a+b+c \vdots b$

$a+b+c \vdots c$

$a+b+c \vdots a\cdot b\cdot c$ [illegible] a,b,c [illegible] $a>b>c$ [illegible]

$a \geq 3$ $a\cdot b\cdot c$ [illegible] $a+b+c$ $-b$ [illegible]

$a=3$ $b=2$ $c=1$ [illegible] $a+c \vdots b$ $b+c \vdots a$ $c+a \vdots b$ [illegible]

[illegible] $(1,2,3)$ [illegible] $(a,2a,3a)$

[illegible] $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $(a, 2a, 3a)$ a იცვლება 1-დან $\frac{2010}{3}$-მდე. ანუ, $a = 1 \dots 670$-მდე

ყველა შესაძლო ვარიანტი
$(a, 2a, 3a)$
$(a, 3a, 2a)$
$(2a, 3a, a)$
$(2a, a, 3a)$
$(3a, a, 2a)$
$(3a, 2a, a)$

ანუ 3) შემთხვევაში ისევ ~~[illegible]~~ სამეული სულ იქნება $670 \cdot 6 =$ ~~[illegible]~~ $2 \cdot 2010$

ანუ სულ იქნება $2010 + 3 \cdot 1005 + 2 \cdot 2010 = 3 \cdot 2010 + 3 \cdot 1005 = 3(2010 + 1005) =$
$= 3 \cdot 3015 = 9045$

პასუხი: 9045.